

## Quand la fatigue des matériaux faisait encore débat. Part 2

Dans [la partie 1 de cet article](#), j'exposais l'ouvrage de Jean Résal de 1892 [1], où ce dernier réfute les conclusions de Wöhler, tout à fait acceptées aujourd'hui, à savoir la possibilité d'une dégradation du métal pour des contraintes inférieures à la limite d'élasticité, base de la [fatigue des matériaux](#).

### Rappel des épisodes précédents : fin XIXe la fatigue faisait encore débat

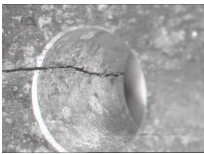
Jean Résal, en 1892, croyait ainsi dur comme fer (un peu facile je sais...), que tant qu'on ne dépassait pas la limite d'élasticité, on pouvait tirer sur le métal un nombre infini de fois sans risque de rupture. Mais August Wöhler, en réalisant des essais sur de l'acier et du fer, a observé qu'on ne peut pas tirer indéfiniment sur un métal, même « légèrement ». En effet le métal finit par se dégrader et casse. Jean Résal, en 1892, n'était pas d'accord avec cette conclusion et soutenait qu'un matériau ne se dégrade jamais quand il est sollicité sous la limite d'élasticité. Ce dernier avançait alors une autre hypothèse : « *Si leurs expériences sont en désaccord avec notre manière de voir, c'est, d'après nous, qu'ils n'ont pas suffisamment tenu compte dans leurs recherches des actions dynamiques auxquelles étaient soumises les barres* » [1] p377. Or la théorie de Wöhler était juste. C'est pour cela que vos cuillères, votre voiture, un avion, un train, ne peuvent pas fonctionner toute la vie.

### Quelques notions théoriques

Avant de continuer je propose de nous arrêter sur deux notions importantes : la limite d'élasticité et la fatigue.

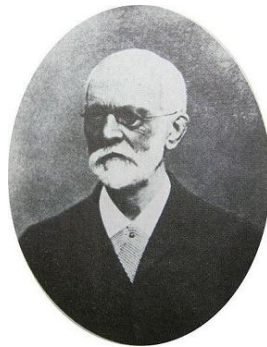
#### Limite d'élasticité

Tirez légèrement sur un bout de métal, il revient à sa forme initiale. Tirez un peu plus fort, le métal ne revient plus à sa place : il est déformé de façon permanente. Il y a donc une tension maximale que le métal peut subir sans se déformer définitivement. C'est la limite d'élasticité. La limite d'élasticité est ainsi « [la contrainte à partir de laquelle un matériau \[...\] commence \[...\] à se déformer de manière irréversible](#) ».

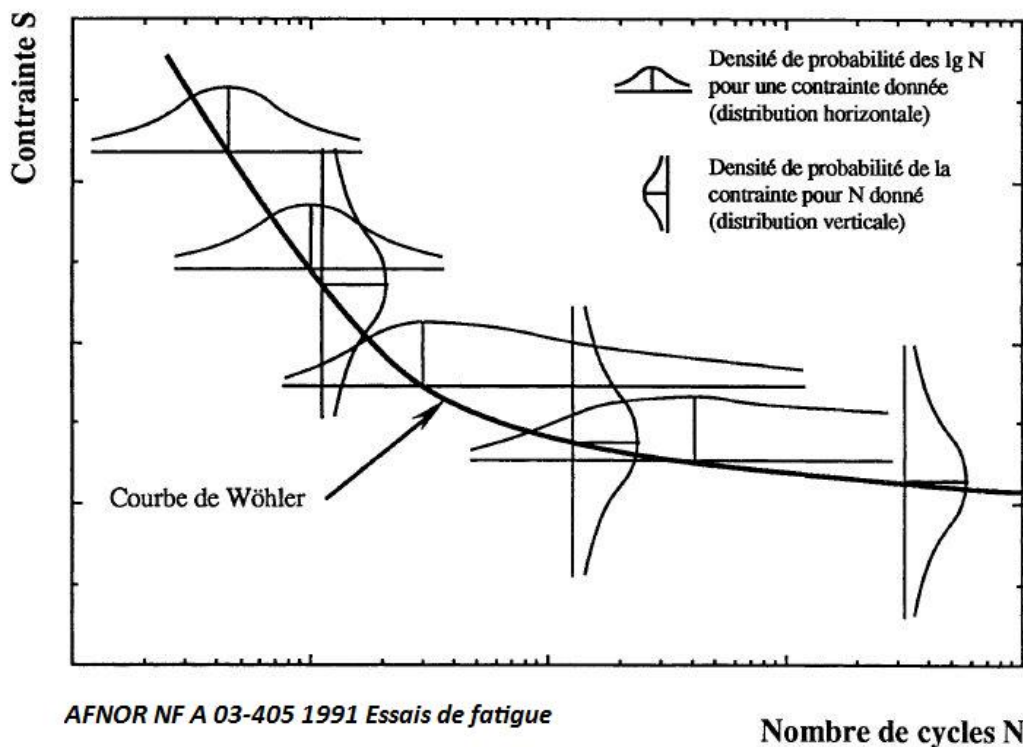


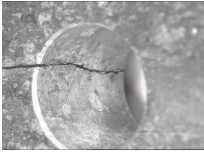
## Fatigue

Pour faire simple : prenez une cuillère, tirez dessus une fois, elle ne casse pas. Tirez dessus des milliers de fois : elle cassera par fatigue. La fatigue est la dégradation des propriétés d'un matériau sous l'action d'efforts répétés. Wöhler, ingénieur allemand, est un des « pionniers » de cette notion de fatigue. La courbe emblématique du domaine porte son nom, courbe de Wöhler. Oui, une courbe à son nom, ça fait rêver.



August Wöhler (1819 – 1914)





## Ouvrage de Jean Résal de 1898 : la fatigue n'est toujours pas acceptée

Attardons-nous maintenant sur l'ouvrage de 1898 [2] de Jean Résal, soit 6 ans plus tard.

Jean Résal aura-t-il changé d'avis et acceptera-t-il la notion de fatigue des matériaux?

En cette année 1898, la Tour Eiffel va bientôt fêter ses 10 ans, Émile Zola publie son « J'accuse » et Jules Verne vient de publier ses œuvres majeures. [Jean Résal](#), Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées et Professeur de Mécanique à l'École des Ponts et Chaussées, « sans doute le plus grand concepteur de ponts métalliques de la fin du XIXe siècle », publie son ouvrage « Résistance des matériaux : cours de l'École des ponts et chaussées » [2].

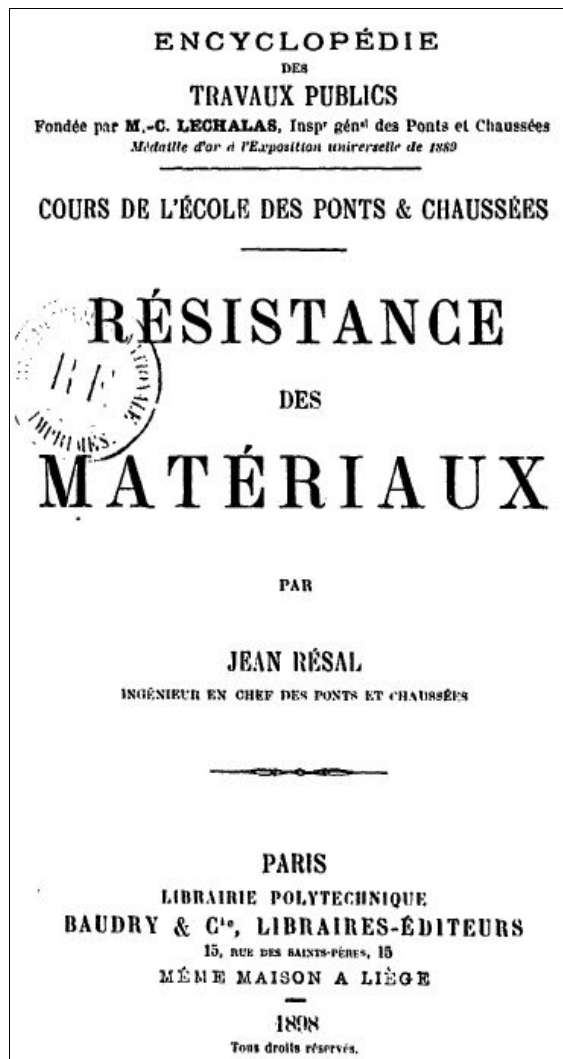
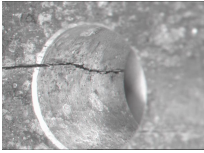


[Jean Résal \(1854 – 1919\)](#)

Jean Résal commence par décrire les lois de Wöhler en reprenant les mots de Mr Considère [3] : « *la répétition des efforts est pour les métaux une cause spéciale d'altération, dont l'effet n'est nullement proportionnel à la valeur absolue du maximum de l'effort. [...]. Il résulterait [...] qu'une pièce est susceptible de se rompre sous l'action de charges intermittentes, alors même qu'à aucun moment le travail n'aurait atteint la limite d'élasticité* » [2] p451

L'opinion de Jean Résal est sans appel : « *ce n'est pas notre avis* » [2] p451

Les lois de Mr Wöhler, unanimement reconnues aujourd'hui, étaient encore réfutées !



RÈGLES SPÉCIALES DE CALCUL. 451

« une pression d'égal intensité. La limite dangereuse  
« de répétition est alors très inférieure à la limite d'é-  
« lasticité (*déterminée par des essais de résistance aux*  
« *efforts statiques*), et probablement voisine de la moi-  
« tié de cette quantité.  
« Si l'effort varie de zéro à un maximum constant et  
« toujours de même signe, la limite dangereuse de ré-  
« pétition est voisine de la limite d'élasticité.  
« Si l'effort varie d'un minimum à un maximum de  
« même signe, la limite dangereuse s'élève et dépasse  
« d'autant plus la limite d'élasticité, que le minimum  
« est lui-même plus élevé.  
« Au fur et à mesure que l'écart entre le minimum  
« et le maximum diminue, la limite dangereuse se rap-  
« proche de la limite de rupture fournie par les essais  
« de résistance aux charges statiques. »

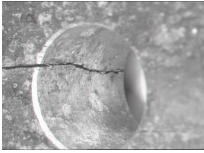
Il résulterait de ces conclusions qu'une pièce est sus-  
ceptible de se rompre sous l'action de charges intermit-  
tentes, alors même qu'à aucun moment le travail n'au-  
rait atteint la limite d'élasticité. Ce n'est pas notre avis.

M. Woehler calculait en effet le travail élastique dé-  
terminé par la charge intermittente en se servant de la  
formule de résistance établie pour les efforts statiques.  
Or il résulte des renseignements recueillis par M. Con-  
sidère (*Annales des Ponts et Chaussées*, 4<sup>er</sup> semestre  
1885) que l'appareil d'essai fonctionnait dans des con-  
ditions telles : 1<sup>o</sup> que le temps  $\tau$  pendant lequel s'effec-  
tuait l'application de la charge, croissant de zéro jus-  
qu'à Q, ne devait pas être très supérieur à la durée T  
d'une oscillation élastique de la barre éprouvée ; 2<sup>o</sup> que  
le temps  $\delta$  pendant lequel la charge conservait sa valeur  
maximum Q était certainement inférieur à un douzième  
de seconde ; 3<sup>o</sup> que le temps  $\tau'$  pendant lequel la charge

## Une théorie alternative est proposée, cohérente mais....

En réalité, Jean Résal ne conteste pas les résultats de Mr Wöhler, mais ses conclusions :  
« Nous ne contestons donc pas [...] les expériences de Mr Woehler, mais bien les conclusions  
qu'il en a tirées, en les interprétant au moyen de formules inapplicables à l'étude des pièces  
en état de vibration » [2] p452

La théorie de Jean Résal est que l'application rapide des efforts crée au sein de la pièce une  
vibration des « molécules » se propageant de proche en proche. Cette vibration s'amplifie à  
chaque nouveau cycle, ce qui augmente la déformation au sein du métal. La déformation  
deviendrait ainsi supérieure à celle générée si le chargement était appliqué lentement. Elle  
dépasserait enfin ce que peut supporter le métal et causerait la rupture.



RÈGLES SPÉCIALES DE CALCUL. 441

tique rectiligne à section constante soumise à l'action d'une force Q appliquée soit longitudinalement à une extrémité libre, soit transversalement dans la section médiane. Les problèmes pratiques que l'on rencontre dans l'étude des constructions sont généralement très complexes. Aussi sera-t-on presque toujours obligé de s'en tenir à la méthode approximative, qui nous a permis d'établir une solution générale applicable à tous les cas possibles. Nous avons d'ailleurs vu qu'en ce qui touche les phénomènes de flexion, elle fournit des résultats très suffisamment voisins de la réalité.

**Charges intermittentes.** — Supposons qu'après avoir appliqué en un point d'une pièce une force instantanée Q, qui détermine un mouvement vibratoire représenté par l'équation

$$u = M \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

on supprime, également de façon instantanée, cette force Q, après l'intervalle de temps  $\epsilon$ .

Tout se passera comme si l'on appliquait au corps une force instantanée  $-Q$ , égale et de sens opposé à la première : on déterminera donc une nouvelle vibration :

$$u' = -M \cos 2\pi \left(\frac{t-\epsilon}{T}\right),$$

différant de la précédente par le signe du déplacement et par le retard  $\epsilon$ , qui viendra se superposer à elle.

Le mouvement résultant sera représenté par la formule :

$$V = u + u' = M \left[ \cos 2\pi \frac{t}{T} - \cos 2\pi \left(\frac{t-\epsilon}{T}\right) \right].$$

La durée de l'oscillation est toujours T.

442 CHAPITRE TROISIÈME.

L'amplitude dépend du retard  $\epsilon$ .

Si  $\frac{2\epsilon}{T}$  est un nombre entier impair, l'amplitude est doublée :  $V = 2u$ .

Si  $\frac{2\epsilon}{T}$  est un nombre entier pair, l'amplitude est nulle : le corps revient au repos, au moment où la force Q cesse d'agir.

Si enfin  $\frac{2\epsilon}{T}$  est égal à un nombre entier plus un demi, l'amplitude est multipliée par  $\sqrt{2}$  :

$$V = u\sqrt{2}.$$

Supposons que, après avoir laissé s'écouler un intervalle de temps  $\delta$ , nous appliquions à nouveau la charge instantanée Q pendant le temps  $\epsilon'$ , et que nous continuions à opérer par intermittences.

La solution finale sera représentée par l'expression :

$$V = M \left( \cos 2\pi \frac{t}{T} - \cos 2\pi \frac{t-\epsilon}{T} \right) + M \left( \cos 2\pi \frac{t-\delta}{T} - \cos 2\pi \frac{t-\delta-\epsilon'}{T} \right) + M \left( \cos 2\pi \frac{t-\delta-\delta'}{T} - \cos 2\pi \frac{t-\delta-\delta'-\epsilon''}{T} \right), \text{ etc.}$$

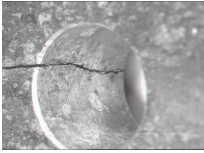
Si les rapports  $\frac{2\epsilon}{T}, \frac{2\epsilon'}{T}, \text{ etc.}$ , sont des nombres entiers impairs, et les rapports  $\frac{2\delta}{T}, \frac{2\delta'}{T}, \text{ etc.}$ , des nombres entiers pairs, tous les termes de la série seront égaux et de même signe, et leur somme étant infinie, on arrivera nécessairement, après un certain nombre d'alternances, à rompre la pièce, l'amplitude  $u$  croissant indéfiniment.

Supposons que l'on ait à envisager des charges instantanées sollicitant, à des époques différentes, des

Or on sait maintenant que Wöhler avait vu juste et qu'il y a réellement altération du métal pour des efforts répétés, même inférieurs à la limite d'élasticité.

### .... inapplicable aux essais de Wöhler

Mais en lisant plus en détail la théorie de Mr Résal, on note que les principes qu'il énonce sont cohérents, bien qu'ils ne s'appliquent pas aux essais de fatigue de Mr Wöhler !



## Notion de choc

Selon Jean Résal, « *Les corps en mouvement sont parcourus par des ondulations vibratoires qui transmettent à toutes les molécules matérielles [...] l'ébranlement déterminé en un point par une action dynamique, choc ou application d'une charge instantanée* ». Il est vrai qu'une pièce soumise à un effort appliqué très rapidement subit une onde de choc au sein du métal qui peut amener à sa fissuration ! [4]. Le mécanisme est plus complexe que celui décrit par Jean Résal, mais l'idée est là.

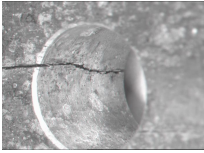
Cependant, l'idée d'un choc ne s'applique pas aux essais de Mr Wöhler car pour créer une onde de choc au sein de la matière, il aurait fallu que ces essais soient réalisés à des vitesses de sollicitation plusieurs milliers de fois supérieures à celles utilisées. Selon la référence [3] les essais ont été réalisés à 72 Hz. Je n'ai pas trouvé la géométrie des éprouvettes utilisées mais grosso modo, pour une déformation de 1%, cela donne une vitesse de déformation pendant la phase de montée sur un cycle de 3 s-1. Les essais par barre d'Hopkinson, essais de choc historiques, atteignent des vitesses de 5000 s-1 ! [4].

## Notion de résonance

Selon Jean Résal, au sujet de la vibration et du déplacement  $u$  induits par un effort périodique : « *on arrivera nécessairement, après un certain nombre d'alternances, à rompre la pièce, l'amplitude  $u$  croissant indéfiniment* ». Or l'application d'un effort répété peut en effet amener la pièce à un état de vibration, menant à la rupture ! Mais dans ce dernier cas il s'agit d'une vibration de l'ensemble de la pièce à l'échelle macroscopique et pas d'une vibration des molécules au sein de la matière. De plus, il faut pour cela que la fréquence d'application de l'effort corresponde à un mode propre de la pièce. C'est le phénomène de résonance. *A priori* le phénomène de résonance aurait été reconnu par Mr Wöhler.

## Conclusion

Dans la partie 2 de cet article on a vu qu'une autre analyse était proposée pour les essais de Mr Wöhler, relativement cohérente sur le principe mais inadaptée à cause des ordres de grandeur des variables en jeu. Si l'on peut tirer une morale de cette histoire, elle serait assurément « quantifiez vos idées ». Facile à dire !



Plus tard, en 1912, soit quelques années avant sa disparition, il semble que Jean Résal n'adhérera toujours pas à cette idée de fatigue [5] : « *les ponts suspendus sont sujets à prendre un mouvement oscillatoire sous l'influence d'actions dynamiques [...] telles que l'application presque instantanée d'une surcharge statique. [...] si l'action dynamique [...] se renouvelle à plusieurs reprises, [...] marche cadencée d'une foule, rafales de vent [...] il y a superposition des effets produits [...] et aggravation du travail élastique [...] la stabilité de l'ouvrage en souffre* ». On reconnaît le phénomène de résonance connu (passage d'une troupe au pas, vent) mais d'après les anciens ouvrages on reconnaît aussi qu'il parle des effets d'efforts répétés rapidement tels que ceux de Wöhler et qu'il continue à les attribuer à une « vibration » du métal.

### Dans le prochain épisode

Dans la troisième et dernière partie de cet article, je traiterai l'ouvrage de Paul Planat, « Pratique de la mécanique, Édition 5, 18XX ». Le ton monte entre français et allemands et on comprend l'origine de la réticence des français face à cette notion de dégradation du métal sous la limite d'élasticité proposée par les allemands.

### Références

- 1-Constructions métalliques, élasticité et résistance des matériaux, fonte, fer et acier. Jean Résal. 1892 (gallica.bnf.fr)
- 2-Résistance des matériaux : cours de l'École des Ponts et Chaussées. Jean Résal. 1898 (gallica.bnf.fr)
- 3-Annales des ponts et chaussées. Tome IX. Sem 1 (gallica.bnf.fr)
- 4-J.-P. CUQ-LELANDAIS. Étude du comportement dynamique de matériaux sous choc laser subpicoseconde. Thèse de doctorat ENSMA. 2010
- 5-Cours de ponts métalliques professé à l'École nationale des ponts et chaussées. Jean Résal. 1912 (gallica.bnf.fr)